

Meccanica celeste

Argomento al perigeo e rotazione della linea degli apsi

L'argomento del perigeo che troviamo negli elementi kepleriani utilizzati nei nostri programmi è un parametro che permette di conoscere la latitudine del punto subsatellite quando il satellite si trova all'apogeo o al perigeo.

L'argomento del perigeo (AP) si indica anche con la lettera greca omega (ω), nei programmi è indicato con (W), si misura in gradi e si definisce come l'angolo misurato a partire dal nodo ascendente sull'equatore fino ad arrivare al perigeo contando i gradi nello stesso senso del moto orbitale del satellite.

Le figure A (qui a lato) mostrano un satellite S in orbita ellittica, ad elevata eccentricità, intorno alla Terra e con l'argomento del perigeo a valori diversi.

In fig. 1A, l'angolo (AP), misurato dal nodo ascendente nel senso del moto del satellite, lungo le frecce, fino ad arrivare al perigeo, vale 180 gradi. In fig. 2A vale 270 gradi, e in fig. 4A vale 360 gradi.

Come si vede, questo angolo definisce la latitudine dell'apogeo e del perigeo negli emisferi Nord e Sud del globo terrestre.

L'argomento del perigeo è un angolo il cui valore cambia col passare del tempo perché la terra non è perfettamente sferica e la forza gravitazionale non è costante nei confronti di un satellite che vi gira intorno.

Tutto il piano orbitale del satellite, ferma restando la sua inclinazione, ruota di una certa quantità angolare perfettamente misurabile.

Le figg. 1A, 2A, 3A e 4A, mostrano in sequenza la variazione di (AP) nel tempo passando dalle posizioni dell'orbita in B1, B2, B3.

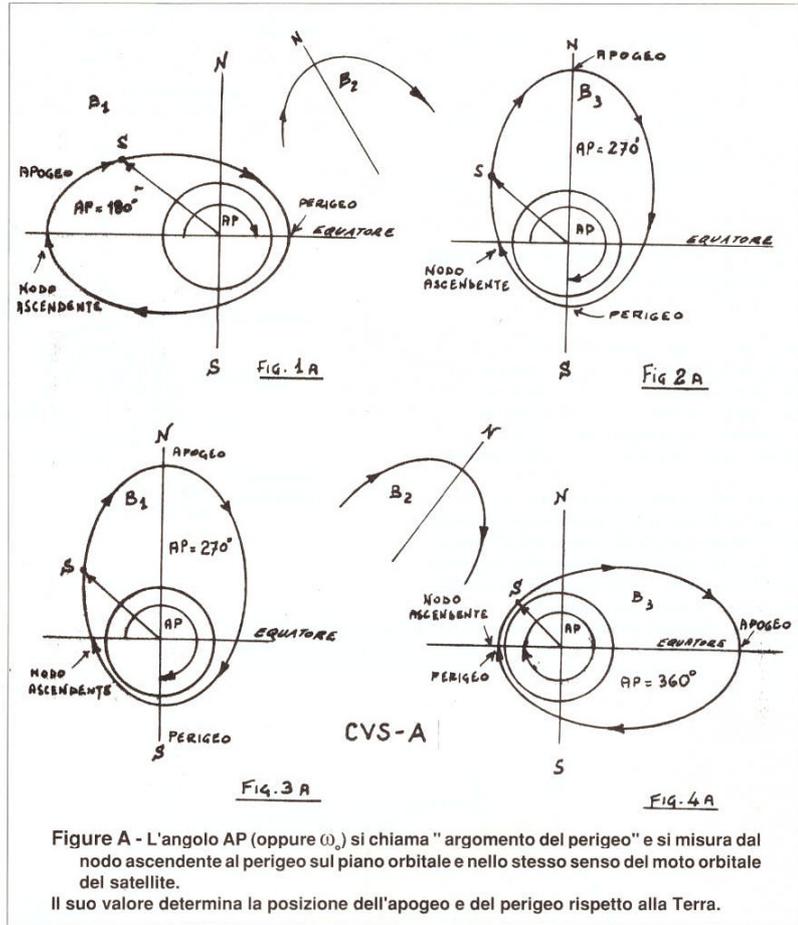


Figure A - L'angolo AP (oppure ω_p) si chiama "argomento del perigeo" e si misura dal nodo ascendente al perigeo sul piano orbitale e nello stesso senso del moto orbitale del satellite. Il suo valore determina la posizione dell'apogeo e del perigeo rispetto alla Terra.

Inclinazione del piano orbitale 17,5°
 Altitudine apogeo 34385 km
 Altitudine perigeo 200 km
 Periodo anomalistico 603,78 min.
 Argomento del perigeo - AP 190,587°
 Durata orbita di parcheggio circa 20 giorni
 Rotazione della linea degli apsi 0,7838°/giorno

$$\text{Lat. perigeo} = \arcsin(\sin i \cdot \sin AP) = \arcsin(\sin 17,5^\circ \cdot \sin 190,587^\circ) = -3,2^\circ$$

La latitudine dell'apogeo si ottiene cambiando il segno.

Lat. perigeo = -3,2° ossia 3,2° Sud

Lat. apogeo = 3,2° ossia 3,2° Nord

L'argomento del perigeo si indica più propriamente con il simbolo ω .

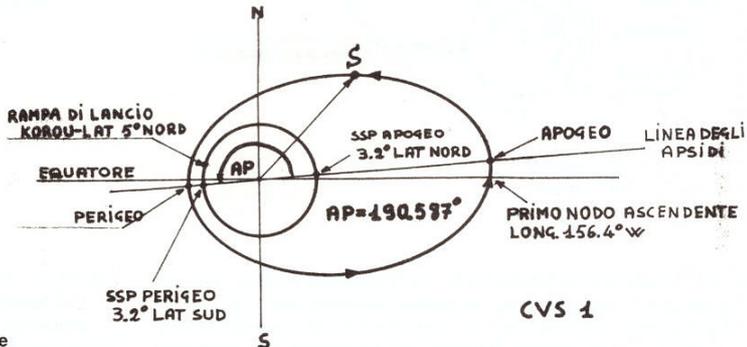


Figura 1 - Piano dell'orbita di parcheggio al primo giorno dopo il lancio.

Spazio nuova frontiera

Figura 2 - Piano dell'orbita di parcheggio dopo venti giorni dal lancio.

L'apogeo si è portato da 3,2° a 7,6° di Lat. Nord per effetto della rotazione della linea degli apsi, calcolabile con l'equazione:

$$\Delta\omega/_{24\text{ore}} = \frac{5^\circ}{\left(\frac{a}{R}\right)^{7/2} (1-e^2)^2} \cdot (5 \cos^2 i - 1)$$

$\Delta\omega/_{24\text{ore}}$ = Variazione giornaliera in gradi di (AP) in 24 ore
 a = Semiasse maggiore dell'orbita espresso in km
 R = Raggio medio terrestre all'equatore = 6378,388 km
 e = Eccentricità dell'orbita
 i = Inclinazione del piano orbitale in gradi

Figura 3 - Piano dell'orbita finale dopo l'accensione del motore di apogeo $i = 57^\circ$

Inclinazione piano orbitale 57°
 Altitudine apogeo 34385 km
 Altitudine perigeo 1500 km
 Periodo anomalistico 628,8 min.
 Argomento del perigeo - AP 210°
 Rotazione linea apsi 0,07°/giorno

Dopo il trasferimento in orbita da $i = 17,5^\circ$ ad $i = 57^\circ$ la rotazione giornaliera della linea degli apsi passa da 0,7838°/giorno a 0,07°/giorno. Ciò è dovuto esclusivamente alla variazione dell'inclinazione i nella seconda parte dell'equazione che serve per il calcolo.

Il valore numerico di questo secondo termine $(5 \cos^2 i - 1)$ può essere positivo o negativo e per $i = 63,34^\circ$ è nullo (infatti il termine si annulla quando il quadrato di $\cos i$ è uguale a 0,2; ciò avviene allorché $\cos i = 0,447$ e cioè a $63,34^\circ$).

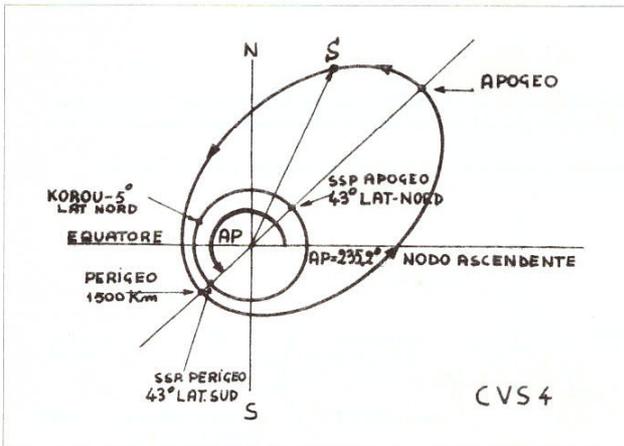


Figura 4 - Piano orbita finale ($i = 57^\circ$) a 12 mesi da accens. motore di apogeo. L'apogeo è su un nostro parallelo (43° Lat. Nord). Nel caso specifico, l'inclinazione $i = 57^\circ$ è minore di $63,34^\circ$ e quindi il termine $(5 \cos^2 57^\circ - 1)$ è positivo. Per effetto della rotazione della linea degli apsi, l'apogeo si sposta nello stesso senso del moto del satellite. L'apogeo si eleva perciò da Lat. 24° Nord al momento del trasferimento in orbita finale fino a 43° Lat. Nord dopo dodici mesi dal lancio.

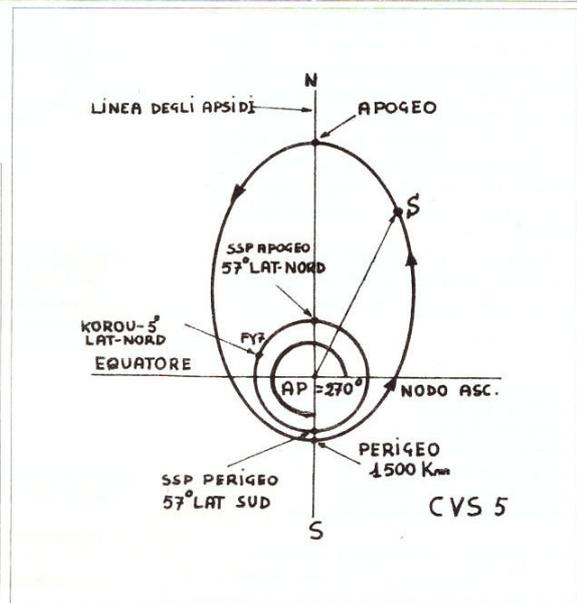
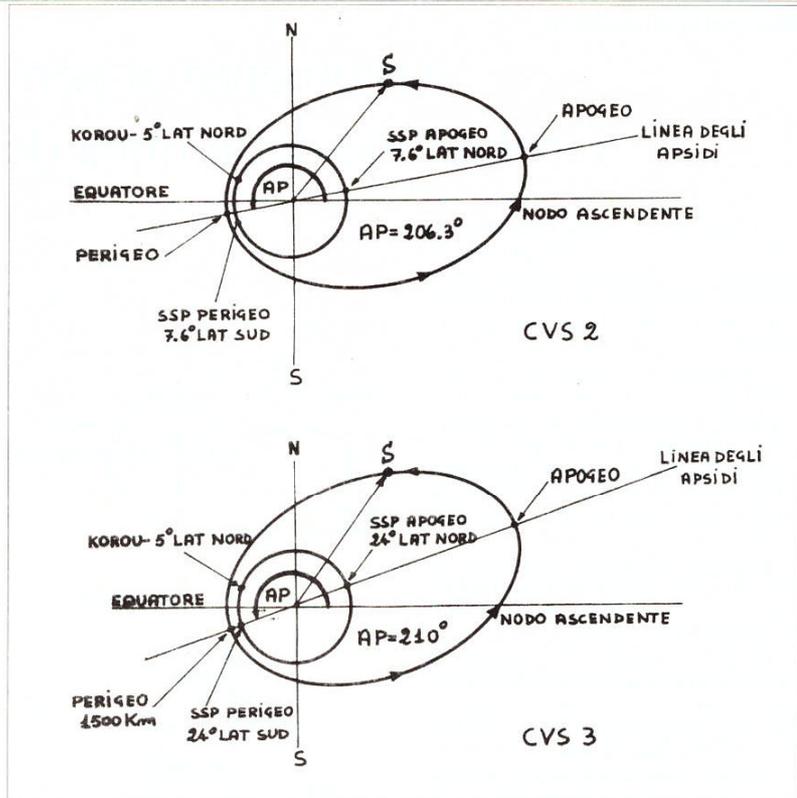


Figura 5 - Piano dell'orbita finale ($i = 57^\circ$) a 810 giorni dall'accensione del motore di apogeo. L'apogeo è alla massima Lat. di 57° Nord.

Se l'inclinazione del piano orbitale fosse minore di $63,34^\circ$ la quantità $(5 \cos^2 i - 1)$ sarebbe negativa e la rotazione della linea degli apsi avverrebbe in senso contrario al moto del satellite.

Fig. 6 - La rotazione della linea degli apsi si si calcola con l'equazione di cui alla fig. 2.

Piano dell'orbita finale
($i = 57^\circ$).
Rotazione della linea degli apsi e spostamento dell'apogeo durante 810 giorni dall'accensione del motore.

Siccome l'argomento del perigeo varia, anche la linea che unisce l'apogeo col perigeo e che si chiama linea degli apsi, subisce una corrispondente rotazione, detta appunto rotazione della linea degli apsi.

La fig. 6 mostra questa linea in posizioni diverse dovute alla sua rotazione in funzione della variazione di (AP).

La variazione giornaliera dell'argomento del perigeo dipende esclusivamente dall'inclinazione dell'orbita sul piano dell'equatore. Esiste un valore critico di inclinazione pari a 63,43 gradi per il quale la variazione dell'argomento del perigeo si annulla. A 63,43 gradi di inclinazione infatti, le forze gravitazionali che tendono a ruotare il piano orbitale nel senso del moto del satellite e quelle che tendono a ruotarlo in senso contrario al moto del satellite si equilibrano a vicenda e così (AP) resta eternamente costante.

Questo è il caso dei satelliti in orbita ellittica tipo Molnya usati dai russi per telecomunicazione e TV. OSCAR-13, con i suoi 57° di inclinazione, è in orbita quasi Molnya. Se guardate il valore di (AP) di OSCAR-13 dal momento in cui è stato posto a inclinazione di 57 gradi, fino ad oggi, vi accorgete che (AP) è aumentato di pochissimi gradi.

Ne consegue che, se l'inclinazione del piano orbitale del satellite è inferiore a 63,43 gradi, la rotazione della linea degli apsi avviene nel senso del moto del satellite e (AP) tende ad aumentare col tempo. Se, invece, l'inclinazione del piano orbitale è superiore a 63,43 gradi, la rotazione della linea degli apsi avviene in senso contrario al moto del satellite e (AP) tende a diminuire col tempo. Se l'inclinazione è 63,43 gradi, la rotazione della linea degli apsi e la variazione giornaliera di (AP) si annullano.

La formula che permette di calcolare in gradi la rotazione giornaliera della linea degli apsi o la variazione di (AP) è la seguente:

$$\Delta\omega'_{24\text{ore}} = \frac{5^\circ}{\left(\frac{a}{R}\right)^{7/2} (1-e)^2} \cdot (5 \cos^2 i - 1)$$

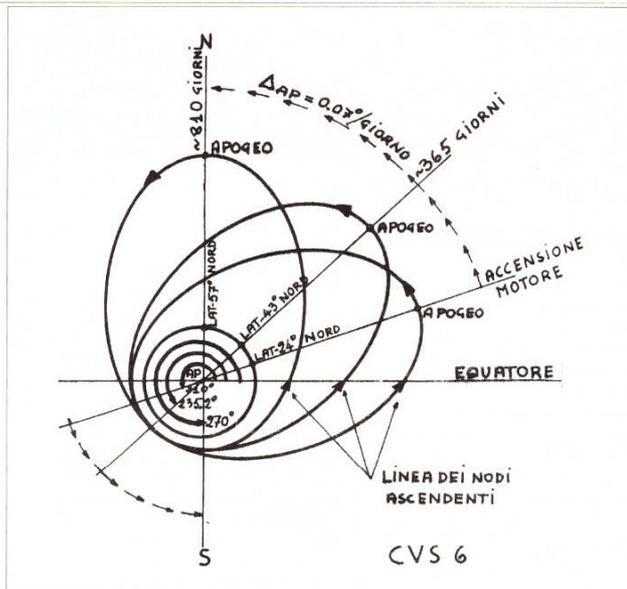
$\Delta\omega'_{24\text{ore}}$ = Variazione giornaliera in gradi di (AP) in 24 ore

a = Semiasse maggiore dell'orbita espresso in km

R = Raggio medio terrestre all'equatore = 6378,388 km

e = Eccentricità dell'orbita

i = Inclinazione del piano orbitale in gradi



Come si vede, per una stessa orbita, sia (a), che (R), ed (e) sono delle costanti e l'unico parametro che si può variare a nostro piacimento indipendentemente dagli altri è l'inclinazione (i) del piano orbitale.

Nella didascalia di fig. 3 abbiamo visto per quale valore di (i) la variazione giornaliera dell'argomento del perigeo si annulla e $\Delta\omega'_{24\text{ore}}$ diventa zero. Risulta pertanto evidente che $\Delta\omega'_{24\text{ore}}$ è uguale a zero per una $i = 63,43^\circ$.

Per meglio chiarire le cose abbiamo effettuato la sequenza di disegni figg. 1,2,3,4,5,6 per un ipotetico satellite S in orbita ellittica. Le varie didascalie che accompagnano i disegni mostrano gli effetti della rotazione della linea degli apsi e della correlata variazione dell'argomento del perigeo al variare del tempo.

La stessa variazione dell'argomento del perigeo è stata evidenziata al variare di (i) per un satellite in orbita ellittica tipo OSCAR-13 sia nell'orbita di parcheggio che in quella finale con $i = 57^\circ$.

Chi avesse la pazienza di rifare i calcoli proprio per OSCAR-13, troverà che (AP) varia di 0,04935 gradi al giorno e che perciò l'apogeo del satellite si porterà alla massima latitudine di 57° Nord fra circa 1593 giorni, ovvero 4,36 anni.

A quell'epoca (AP) sarà passato dagli attuali 191° a ben 270°. Se OSCAR-13 sarà ancora efficiente, a quell'epoca quando il satellite si troverà all'apogeo, "vedrà" buona parte dell'Oceano Pacifico pur essendo acquisibile per noi. In conseguenza avremo disponibili due orbite al giorno anziché una sola. L'orbita nella quale OSCAR-13 ci apparirà nei quadranti di azimuth Nord-West e Nord-Est ci permetterà di collegare fino alle Marianne e le Salomone.

Ciò che è stato descritto e visualizzato fa parte integrante di quanto compare in una sola riga del vostro programma che calcola i dati orbitali di OSCAR-13 e dei vari satelliti anche a intervalli di un solo minuto.

Il visualizzare cosa accade in questa riga che le REM definiscono come "Rate of change of the argument of perigee", vi porterà via un pò di tempo nello studio e riflessione ma vi ripagherà con la soddisfazione di sapere perché certe cose avvengono nel software e nel cielo, il che non può essere ottenuto certo infilando nel driver il solo dischetto.



Padova - 31 ottobre 1988
Il dott. Karl Meinzer DJ4ZC con il presidente dell'A.R.I. I1BYH durante il Congresso Nazionale dell'AMSAT-Italia